

Matematica e Statistica

VI Appello, 12/09/2022

Il tempo a disposizione è di 4 ore. È possibile usare una calcolatrice non programmabile. Non è consentito consultare testi o appunti. Giustificare quanto più possibile le risposte e scrivere anche svolgimenti parziali degli esercizi. Non verrà attribuito nessun punteggio numerico alla prova.

Nota. Si ricordi che il simbolo “log” indica il logaritmo in base e .

Analisi Matematica.

- 1) Si consideri la successione $\{a_n\}$ definita nel seguente modo:

$$a_n := \begin{cases} \frac{3n}{n+1} & \text{se } n \text{ è pari} \\ 3 & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$$

Stabilire se essa ammette limite, ed in caso affermativo calcolarlo.

- 2) È possibile scrivere una serie geometrica che abbia per somma $\frac{1}{3}$? In caso di risposta affermativa fornire un esempio.
- 3) Per ognuno dei seguenti casi fornire un esempio esplicito di una funzione f che soddisfi le richieste e inoltre tracciare un grafico approssimativo:
- a) f è continua con un punto angoloso in $x = 1$.
 - b) f è convessa se $x < 0$ e concava se $x > 0$
 - c) f è continua in $]0, 1[$ e non limitata
 - d) f è definita su tutto \mathbb{R} , concava e negativa.
- 4) Trovare tutte le primitive della funzione $f(x) = \sin(\log x)$.

Probabilità e Statistica

- 5) Sia X una variabile aleatoria continua. Discutere delle definizioni e relative proprietà della *funzione di ripartizione* (o di *distribuzione di probabilità*) F_X e della *funzione densità di probabilità* f_X .

- 6) In una popolazione ci sono il 50% di uomini e il 50% di donne . Supponiamo che il 5% degli uomini e il 10% delle donne siano daltonici. Si sceglie a caso una persona daltonica. Qual è la probabilità che sia un uomo?

- 7) In un ufficio postale si fa un'unica fila per due sportelli, andando a quello che si libera prima. Il signor Attendino si trova nell'ufficio all'istante di apertura; ha due persone davanti che, ovviamente, vanno a occupare uno sportello ciascuna. Il signor Attendino ritiene che i tempi necessari a servire le due persone siano due variabili aleatorie indipendenti, esponenziali di parametro 0,125. Qual è la probabilità che il signor Attendino debba aspettare più di 10 minuti?