

# Sheet 7

November 28, 2021

17) Si consideri la seguente applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ :

$$f: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_1 + x_2 \\ x_2 \\ x_2 + 3x_3 \\ -2x_1 \end{pmatrix}$$

- Trovare delle basi del nucleo e dell'immagine di  $f$ .
- Dire se  $f$  è iniettiva e/o suriettiva.
- Determinare i valori di  $k \in \mathbb{R}$  tali per cui il vettore  $v_k = (k, 2, 1 - k, 4, -2)^t$  appartiene all'immagine di  $f$ .

18) Studiare l'iniettività e la suriettività dell'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  naturalmente indotta dalla seguente matrice dipendente dal parametro  $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} 2k & 0 & 2 & 1 \\ k & 0 & 1 & 1 \\ k - 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

19) Si consideri la seguente applicazione lineare:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}[x]_1 &\rightarrow \mathbb{R}[x]_2 \\ a_0 + a_1x &\mapsto a_0 + a_1 + (a_0 - a_1)x + a_0x^2 \end{aligned}$$

- Trovare delle basi del nucleo e dell'immagine di  $f$ .
- Sia  $p(x) = x + x^2$ . Calcolare  $f^{-1}(p(x))$ .

20) Si consideri l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  naturalmente indotta dalla seguente matrice

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Sia  $W$  il sottospazio di  $\mathbb{R}^3$  definito dalle seguenti equazioni cartesiane:  $x + 2y = 0$ . Descrivere  $f(W)$ .