

Foglio di esercizi 5

November 8, 2020

1) Calcolare, se esistono, le equazioni degli asintoti a $\pm\infty$ per la funzione $f(x) = \frac{x - \sqrt[3]{x}}{1 + e^x}$.

2) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{\log x}$ nel punto di ascissa $x = e$.

3) Studiare la derivabilità della funzione $f(x) = |\sin x|$ in tutto il suo dominio.

4) Si consideri la seguente funzione dipendente da due parametri $a, b \in \mathbb{R}$:

$$f(x) = \begin{cases} ae^{-bx} & \text{se } x \geq 0 \\ 1 + x^2 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Studiare al variare di $a, b \in \mathbb{R}$ i punti in cui f è: (i) continua; (ii) derivabile; (iii) derivabile due volte.

5) Studiare i punti stazionari della funzione $f(x) = \frac{x-1}{e^{2x}}$.

6) Si consideri un fil di ferro di lunghezza ℓ e lo si deformi in modo tale da formare un rettangolo. Determinare una configurazione per cui si ottiene il rettangolo di area massima. Si ha unicità della soluzione?

7) Si consideri la seguente funzione dipendente da un parametro $a \in \mathbb{R}$:

$$f(x) = ax^3 - \frac{a+1}{2}x - 6a.$$

Per quali valori di a (se esistono), la funzione f ammette sia massimo che minimo locale?