Foglio di esercizi 8

December 7, 2020

1) *(Continuità della probabilità).* Sia $\mathcal{A}$ una σ-algebra su uno spazio degli eventi S. Sia $\{E_n\}$ una famiglia numerabile di eventi $E_n \in \mathcal{A}$ tali che $E_n \subseteq E_{n+1}$ per ogni $i \geq 0$. Dimostrare che

$$\lim_{n\to\infty} P(E_n) = P\left(\bigcup_n E_n\right)$$

2) Calcolare la probabilità di "fare 6" al SuperEnalotto.

3) *(Il problema dei compleanni).* Si assuma per semplicità che un anno sia composto sempre da 365 giorni (escludendo l'esistenza di anni bisestili) e inoltre si assuma che giorni dell'anno siano equiprobabili per nascere. In un gruppo di 50 persone, calcolare la probabilità che vi siano almeno due persone che facciano il compleanno nello stesso giorno dell'anno.

4) *(Il problema di Monty Hall modificato).* Il gioco a premi di Monty Hall si solge nella seguente variante: il conduttore *non conosce* quale porta contenga la macchina. Una volte che il concorrente sceglie una porta $i \in \{1, 2, 3\}$, il conduttore apre una porta $j \neq i$. Se la porta j contiene la macchina ovviamente il gioco finisce e il giocatore perde, altrimenti il conduttore chiede al concorrente se vuole cambiare la sua scelta con la porta $k \neq i, j$.

Con tali regole, è conveniente per il concorrente cambiare la scelta? Argomentare.