

Matematica e Statistica

V Appello, 18/07/2022

Il tempo a disposizione è di 4 ore. È possibile usare una calcolatrice non programmabile. Non è consentito consultare testi o appunti. Giustificare quanto più possibile le risposte e scrivere anche svolgimenti parziali degli esercizi. Non verrà attribuito nessun punteggio numerico alla prova.

Nota. Si ricordi che il simbolo “log” indica il logaritmo in base e .

Analisi Matematica.

- 1) Studiare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{e^{|x|-1}}{x-2}.$$

- 2) Calcolare, qualora esista, il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n} \right)^n.$$

- 3) Dare un esempio esplicito di una funzione f non identicamente nulla, non dispari, tale che

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 0.$$

- 4) Si consideri la successione $a_n := \sin(n\pi/2) + |\cos(n\pi/2)|$, con $n \geq 1$. Studiare la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Probabilità e Statistica

- 5) La lunghezza media di 500 foglie di lauro di un certo cespuglio è di 151 mm e la deviazione standard è di 15 mm. Assumendo che lunghezze siano distribuite normalmente, determinare:
- Il numero di foglie che hanno lunghezza compresa fra 120 e 155 mm.
 - Il numero di foglie che hanno lunghezza maggiore di 185 mm.
- 6) La probabilità di ammalarsi in Italia di una certa malattia chiamata M22 è di $p = 10^{-3}$. La malattia è totalmente asintomatica, ma è stato inventato un test che determina la presenza di M22 nel corpo umano con una precisione del 97%. Lo stato Italiano decide di etichettare come malate (della malattia M22) tutte le persone che risultino positive a 2 test. Se dopo uno screening di massa una persona viene considerata come “malata” dallo stato, qual è la probabilità che abbia realmente contratto la malattia M22?
- 7) Si assuma per semplicità che un anno sia composto sempre da 365 giorni (escludendo l'esistenza di anni bisestili) e inoltre si assuma che giorni dell'anno siano equiprobabili per nascere. In un gruppo di 30 persone, calcolare la probabilità che vi siano almeno due persone che facciano il compleanno nello stesso giorno dell'anno.