

# Traccia 3

## Analisi Matematica.

- 1) Si scriva un esempio di una funzione derivabile 3 volte in tutto il suo dominio, ma tale che la derivata terza non sia continua nel suo dominio.
- 2) Si studi la convergenza della serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

(Suggerimento: La successione  $(1 + \frac{1}{n})^n$  è strettamente crescente, dunque per  $n$  sufficientemente grande...)

- 3) Si stabilisca se il seguente integrale è stato svolto in maniera corretta:

$$\int_{-2}^2 x^{-4} dx = \left[ -\frac{1}{3} x^{-3} \right]_{-2}^2 = -\frac{1}{12}.$$

Se si ritiene che il conto sia sbagliato, discutere l'errore e ricalcolare l'integrale in maniera adeguata.

- 4) Studiare il grafico della funzione  $f(x) = x^x$ .

## Probabilità e Statistica

- 5) Siano  $X, Y, Z$  tre variabili aleatorie discrete indipendenti. Inoltre si assuma che:

$$E[X] = E[Y] = E[Z] = 0, \quad \sigma^2(X) = \sigma^2(Y) = \sigma^2(Z) = 1$$

Calcolare il valore atteso di  $X(Y + 5Z)$ .

- 6) Il signor Capino ha una macchina per cui è stato stimato che il motore ha una autonomia di 100000km prima di subire un guasto (assumiamo che il motore non si usuri nelle sue componenti, ma che i guasti siano dovuti ad eventi imprevisti). Dunque per evitare problemi, sostituisce il motore alla sua macchina (con un motore dello stesso tipo) ogni volta che ha percorso 50000km. Qual è la probabilità che la macchina subisca *il primo* guasto al motore entro i 270000km percorsi?
- 7) Vengono lanciati ripetutamente due dadi. Uno di essi è truccato poichè l'1 esce con probabilità  $\frac{3}{12}$  mentre il 6 esce con probabilità  $\frac{1}{12}$  (la probabilità per gli altri numeri non cambia). Quanti lanci bisogna attendere, in media, prima che esca per la prima volta la coppia (non ordinata)  $\{1, 6\}$ ? Rispondere allo stesso quesito rispettivamente per le coppie  $\{1, 2\}$  e  $\{2, 3\}$ .