

Foglio di esercizi 7

November 28, 2020

1) Sia f una funzione integrabile su un intervallo $[a, b]$. Dimostrare che:

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx.$$

2) Risolvere i seguenti integrali indefiniti:

(a) $\int \frac{\log x}{x} dx$

(b) $\int \frac{x^3}{1+x^2} dx$

(c) $\int e^x \sin x dx$

(d) $\int \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$

(e) $\int \sin(\sqrt{x}) dx$

(f) $\int \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} dx$

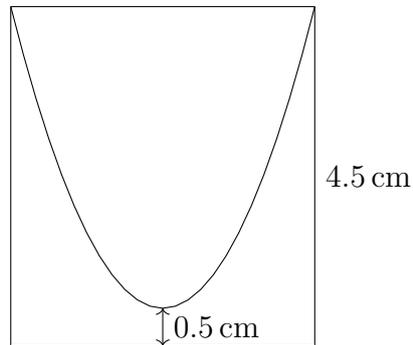
(g) $\int \frac{1}{x^2 + 6x + 10} dx$

3) Calcolare l'area dell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 \leq y \leq 2x^2, y \leq 2\}$.

4) Calcolare, se esiste, il seguente integrale generalizzato:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x+1)} dx$$

5) Il signor Confused entra in un bar (malfamato) di Miami e ordina uno shot di un liquore. Viene servito con un bicchierino cilindrico, pieno sino all'orlo, la cui sezione è fatta come nella seguente figura.



Il signor Confused si rende conto che la curva piana ottenuta sezionando il bicchiere interno (quello che contiene effettivamente il liquido) è la parabola $y = x^2$. Considerando che il liquore costa 0,1\$ al millilitro, quanto costerebbe idealmente lo shot del signor Confused? (Si ricordi che $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$)