

Matematica e Statistica

V Appello, 23/07/2021

Il tempo a disposizione è di 4 ore. È possibile usare una calcolatrice non programmabile. Non è consentito consultare testi o appunti. Giustificare quanto più possibile le risposte e scrivere anche svolgimenti parziali degli esercizi. Non verrà attribuito nessun punteggio numerico alla prova.

Nota. Si ricordi che il simbolo “log” indica il logaritmo in base e .

Analisi Matematica.

1) Studiare il grafico della funzione $f(x) = e^{x|x-1|}$.

2) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\cos^3 x} dx .$$

3) Studiare la convergenza della seguente successione e calcolarne l'eventuale limite:

$$a_n = \begin{cases} \frac{n+1}{n} & \text{se } n \text{ è pari} \\ 0 & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$$

4) Studiare la convergenza della seguente serie (senza calcolarne l'eventuale somma):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n\sqrt{n}}{2^n}$$

Probabilità e Statistica

5) Si lanci 3 volte una moneta non truccata.

(a) Qual è la probabilità di ottenere tre teste?

(b) Qual è la probabilità di ottenere esattamente una testa?

- (c) Si supponga di sapere di aver ottenuto almeno una volta testa durante i lanci. Qual è la probabilità di ottenere *in tutto* almeno due teste?
- 6) Si assume che la lunghezza del petalo, in una popolazione di piante appartenenti ad una certa specie, sia una variabile distribuita normalmente con media di 3,2 cm e deviazione standard di 1,8 cm. Qual è la proporzione di piante con una lunghezza del petalo:
- (a) Maggiore di 4,5 cm?
- (b) Tra 2,9 e 3,6 cm?
- 7) Si supponga di avere un'urna contenente tre palline numerate con i numeri $\{1, 2, 3\}$ e si estraggano due palline (senza ripetizione).
- (a) Descrivere lo spazio degli eventi di tale estrazione.
- (b) Si consideri la variabile aleatoria X che si ottiene facendo la somma dei due numeri presenti sulle palline estratte. Determinare la distribuzione di probabilità e calcolare il valore atteso di X .