

Sheet 6

November 21, 2021

13) Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^4 :

$$U_1: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + z - w = 0 \end{cases}, \quad U_2 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Si determinino delle basi per U_1 , U_2 , $U_1 \cap U_2$ e $U_1 + U_2$.

14) Sia V uno spazio vettoriale su un campo K . Sia $S = \{v_1, \dots, v_k\} \subset V$ un insieme di vettori linearmente indipendenti. Si consideri $u \in V \setminus \langle S \rangle$; dimostrare che $S \cup \{u\}$ è un insieme di vettori linearmente indipendenti.

15) Discutere il rango della seguente matrice a coefficienti reali, al variare di $t \in \mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & t \\ 2 & 1 & 2 & t+1 \\ t & 0 & t & 0 \end{pmatrix}$$

16) Siano date le seguenti matrici $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se esistono valori di k per cui C è combinazione lineare di A e B . In caso positivo esprimere tale combinazione lineare.