

Foglio di esercizi 1

October 9, 2021

1) Calcolare i seguenti limiti:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - n + n^2}{2n^2 - n^{3/2} + 1}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{1 + 3^n}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n+1)}{\log n}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 2n} - n$

2) Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni con le seguenti proprietà:

- $a_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}$ e inoltre $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$
- $|b_n| < 1$

È vero o falso che esiste il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$? Giustificare la risposta.

3) Siano $I_n = [a_n, b_n]$ degli intervalli reali tali che $a_{n+1} \geq a_n$ e $b_{n+1} \leq b_n$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Dimostrare che $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} I_n$ è non vuoto.