

# Matematica e Statistica

## I Appello, 18/01/2022

Il tempo a disposizione è di 4 ore. È possibile usare una calcolatrice non programmabile. Non è consentito consultare testi o appunti. Giustificare quanto più possibile le risposte e scrivere anche svolgimenti parziali degli esercizi. Non verrà attribuito nessun punteggio numerico alla prova.

**Nota.** Si ricordi che il simbolo “log” indica il logaritmo in base  $e$ .

### Analisi Matematica.

- 1) Disegnare il grafico di una funzione  $f : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  concava, negativa, crescente. Scrivere un'espressione analitica di una tale funzione.
- 2) Determinare le primitive della funzione  $f(x) = \log^2(3x)$ .
- 3) Sia  $\{a_n\}$  una successione di numeri reali tale che  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ . Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando la risposta:
  - (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{a_n} = 1$ .
  - (b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = +\infty$ .
  - (c)  $\sup\{a_n : n \in \mathbb{N}\} < +\infty$ .
- 4) Scrivere il polinomio di Taylor di terzo grado per la funzione  $f(x) = e^{x^3} - 1 - \sin(x^3)$ , nel punto  $x_0 = 0$ . Inoltre esprimere l'errore di approssimazione locale di tale polinomio (rispetto alla funzione  $f$ ).

## Probabilità e Statistica

- 5) Il signor Computino possiede un computer desktop da tenere acceso h24. È stimato che la vita media di un blocco di memoria RAM, prima che esso si corrompa irrimediabilmente, è di 3 anni.
- (a) Qual è la probabilità che un blocco di RAM duri 5 anni senza mai corrompersi?
  - (b) Supponiamo che il signor Computino adotti la seguente strategia: ogni 2 anni sostituisce la RAM con un nuovo blocco. In tal caso qual è la probabilità che in 5 anni non si verifichi alcun guasto alla RAM?
- 6) Su un tavolo ci sono due monete indistinguibili, una delle quali è truccata in quanto dà testa con probabilità 0.6. Si scelga una moneta a caso fra le due e la si lanci.
- (a) Qual è la probabilità che esca testa?
  - (b) Se esce croce, qual è la probabilità che la moneta lanciata fosse quella non truccata?
- 7) L'altezza media di un gruppo di  $2 \times 10^4$  individui è distribuita normalmente con una media di 170 cm e deviazione standard di 10 cm.
- (a) Qual è la probabilità che l'altezza di un individuo sia compresa fra 150 cm e 180 cm?
  - (b) Fra le persone campionate, qual è la stima del numero di persone alte almeno 2 metri?