

Sheet 3

May 26, 2021

- 7) Sia $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definita da $f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$. Si assumo che le funzioni di due variabili reali $u(x, y)$ e $v(x, y)$ ammettano le derivate parziali e inoltre che valgono le equazioni di Cauchy-Riemann in $z_0 \in \mathbb{C}$. È vero o falso che f è una funzione \mathbb{C} -differenziabile in z_0 ?
- 8) Sia T il toro immerso in \mathbb{R}^3 descritto dalla rivoluzione di una circonferenza C di centro $(R, 0, 0)$ e raggio r (con $R > r > 0$) nel piano $y = 0$, intorno all'asse z .
- a) Mostrare che $T \subset \mathbb{R}^3$ è una sottovarietà differenziabile di dimensione 2.
 - b) Sia C' la circonferenza di raggio massimo di T e si consideri $\tilde{T} := T \setminus (C \cup C')$. Mostrare che \tilde{T} è una superficie parametrica.
 - c) Per la superficie \tilde{T} calcolare rispettivamente: la prima forma fondamentale, la seconda forma fondamentale e la curvatura di Gauss.
 - d) Descrivere rispettivamente i punti ellittici, parabolici ed iperbolici di T .
 - e) Calcolare l'area totale di T .